

# 增广Kalman滤波器在维生素C二步发酵中的应用

魏东芝<sup>1</sup> 袁渭康<sup>1</sup> 袁中一<sup>2</sup> 尹光琳<sup>3</sup> 陈敏恒<sup>1</sup>

(华东化工学院, 上海 200237)<sup>1</sup>

(中国科学院上海生物化学研究所, 上海 200031)<sup>2</sup>

(中国科学院上海生物工程研究中心, 上海 200233)<sup>3</sup>

本文在维生素C二步发酵动力学模型研究的基础上, 引进增广Kalman滤波器理论, 将数学模型、发酵系统和实际操作等因素引起的偏差归为白噪声序列, 用于发酵状态及模型参数的滤波处理。结果表明: 滤波估计比模型计算的拟合精度大为提高。通过对模型参数的分析, 加深了对该系统动力学特性的认识, 为维生素C二步发酵过程的状态估计、状态预测及在线辨识奠定了理论基础。

**关键词** 动力学模型; 增广Kalman滤波器; 白噪声序列

在发酵过程的模型化研究中, 模型计算与实际过程之间往往存在着一定的偏差。这些偏差都是不可预测的, 数学模型无法反映其特征, 因而模型与实际过程的偏离也就成为随机现象。为便于精确地描述发酵过程, 应在原有的动力学模型中添加一个随机项。

Kalman滤波器可以在发酵过程的处理中将动力学模型与白噪声序列结合起来, 滤去噪声干扰显现过程的真实状态<sup>[1-3]</sup>。七十年代以来, 有关Kalman滤波器在微生物发酵过程中的应用已有不少报道<sup>[4,5]</sup>, 但一般的Kalman滤波器理论只是进行状态估计, 无法观察参数波动并进行参数调整。为此, 在维生素C二步发酵过程的处理中, 引进增广Kalman滤波理论(简称EKF), 将动力学参数也扩充为状态变量, 在进行状态估计的同时, 估计并调整模型参数<sup>[6,7]</sup>。

## 增广Kalman滤波器理论的应用

维生素C二步发酵过程动力学模型

为<sup>[8]</sup>:

$$\frac{dx}{dt} = \mu_m x \left(1 - \frac{x}{x_m}\right) \quad (1)$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{V_m s x}{K_m + s} \quad (2)$$

$$- \frac{ds}{dt} = \frac{1}{Y_{x/s}} \cdot \frac{dx}{dt} +$$

$$\frac{1}{Y_{p/s}} \cdot \frac{dp}{dt} + m x \quad (3)$$

为了便于增广Kalman滤波器的处理, 将模型参数也增广为状态变量, 令:

$$\begin{aligned} X &= [x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}]^T \\ &= [x, p, s, \mu_m, x_m, V_m, K_m, \\ &1/Y_{x/s}, 1/Y_{p/s}, m]^T \end{aligned} \quad (4)$$

将式(1)一式(3)写成下列形式:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= x_1 x_4 \left(1 - \frac{x_1}{x_5} + \xi_1\right) \\ &= f_1(X) + \xi_1 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{dx_2}{dt} &= \frac{x_1 x_3 x_8}{x_3 + x_7} + \xi_2 \\ &= f_2(X) + \xi_2 \end{aligned} \quad (6)$$

本文于1991年10月4日收到。



$$\hat{X}(k+1) = \hat{X}(k+1/k) + K(k+1/k) \{ Y(k+1) - H(k+1) \cdot \hat{X}(k+1/k) \} \quad (12)$$

滤波增益矩阵:

$$K(k+1) = P(k+1/k) \cdot H^T(k+1) \cdot [ H(k+1) \cdot P(k+1/k) \cdot H^T(k+1) + R(k+1) ]^{-1} \quad (13)$$

预测误差:

$$P(k+1/k) = \Phi(k+1/k) \cdot P(k) \cdot \Phi^T(k+1/k) + Q(k) \quad (14)$$

滤波误差:

$$P(k+1) = [ I - K(k+1) \cdot H(k+1) ] \cdot P(k+1/k) \quad (15)$$

初始条件:

$$\hat{X}(0) = X(0) \quad (16)$$

状态变量初值取 0 时刻的测量值; 参数初值取动力学模型参数估计值<sup>[8]</sup>, 见表 1。

表 1 动力学模型参数估计值

$\mu_m$	$K_m$	$V_m$	$K_m$	$Y_{x/s}$	$Y_{p/s}$	$m$
0.401	2.888	1.153	14.772	0.162	1.316	0.131

$J$  为雅可比矩阵:

$$J = \frac{\partial F}{\partial X} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_{10}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_{10}} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial f_{10}}{\partial x_1} & \frac{\partial f_{10}}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_{10}}{\partial x_{10}} \end{pmatrix} \quad (17)$$

$\Phi$  为状态转移矩阵:

$$\Phi(k+1/k) = I + J [ \hat{X}(k) ] \cdot T \quad (18)$$

滤波误差初值  $P(0)$  取  $10 \times 10$  的零矩阵。 $R$  为误差方差矩阵。根据菌体浓度, 产物浓度和基质浓度的测定方法, 通过最大误差分析, 得:

$$R = \begin{pmatrix} 0.012 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0225 & 0 \\ 0 & 0 & 0.03 \end{pmatrix}$$

$Q$  为动态噪声方差矩阵, 它不仅包括干扰信号的影响, 而且还包括模型偏差的影响, 要确切地求取  $Q$  必须掌握过程 4.35%, 而菌体浓度的滤波估计值与实测值的平均相对误差为 1.86%; 产物浓度的模型计算值与实测值的平均相对误差为 2.28%; 而产物浓度的滤波估计值与实测值的平均相对

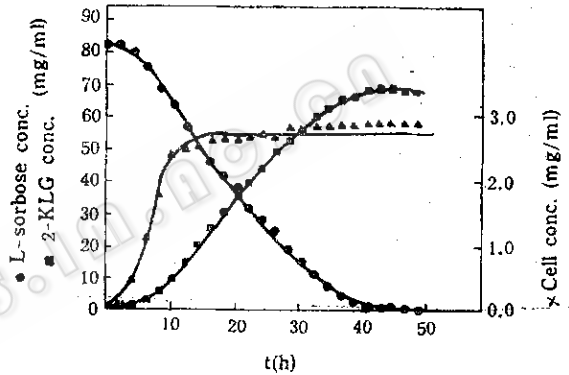


图 1 动力学模型与实验数据的拟合 (实线为模型计算值)

Fig.1 Simulation of experimental data by kinetic model (—Value of computer simulation)

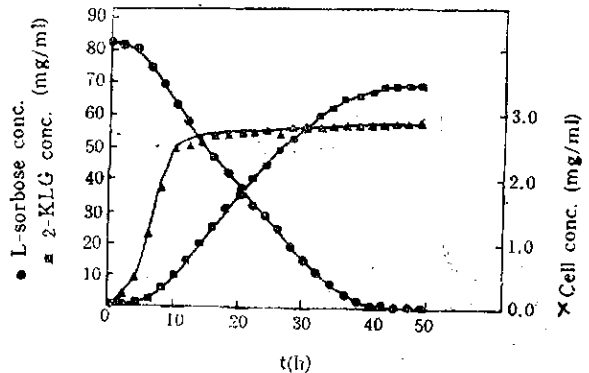


图 2 增广Kalman滤波估计与实验数据 (实线为滤波估计值)

Fig.2 Estimated value of extended Kalman Filter and experimental data (—Estimated value of the EKF)

误差为1.01%；基质浓度的模型计算值与实测值的平均相对误差为3.54%，而基质浓度的滤波估计值与实测值的平均相对误差为1.28%。可见，采用增广Kalman滤波器进行状态估计比直接采用模型计算所得到的结果更接近于实测值，拟合精度大为提高。

图3—图9为各个模型参数在发酵过程中的估计值。动力学模型参数估计值的阶跃式波动是随机干扰的响应，正是这种波动削弱了外界干扰对真实状态的影响。除此之外，某些参数呈现出一定的变化趋势，是细胞动力学特性的表现反映。 $\mu_m$ 、 $X_m$ 是表征细胞生长的特征参数，它们在发酵过程中均呈下降趋势，表明随着发酵过程的进行，发酵液中的生长因子及各种营养成分逐渐减少，菌体的生长繁殖能力随之减弱。 $V_m$ 在发酵后期的估计值变小，表明由于各种基质的消耗，细胞合成2-酮基-L-古龙酸的酶活力有所下降。而与之

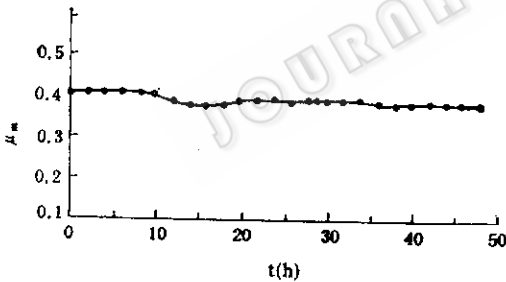


图3  $\mu_m$ 在发酵过程中EKF估计值  
Fig.3 Estimated  $\mu_m$  value of EKF in fermentation process

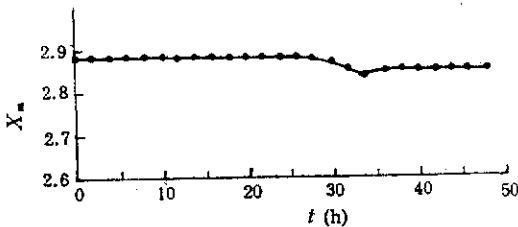


图4  $X_m$ 在发酵过程中EKF估计值  
Fig.4 Estimated  $X_m$  value of EKF in fermentation process

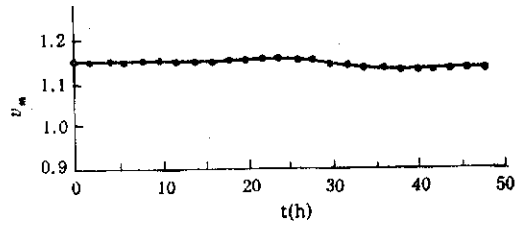


图5  $V_m$ 在发酵过程中EKF估计值  
Fig.5 Estimated  $V_m$  value of EKF in fermentation process

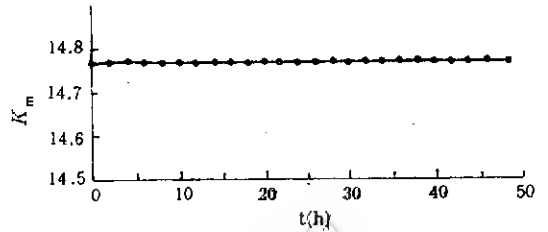


图6  $K_m$ 在发酵过程中EKF估计值  
Fig.6 Estimated  $K_m$  value of EKF in fermentation process

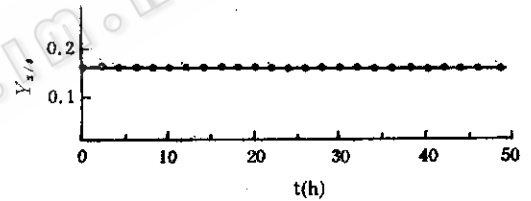


图7  $Y_{x/s}$ 在发酵过程中EKF估计值  
Fig.7 Estimated  $Y_{x/s}$  value of EKF in fermentation process

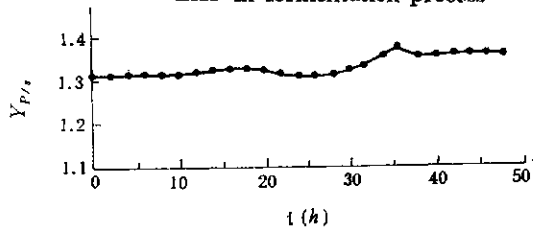


图8  $Y_{p/s}$ 在发酵过程中EKF估计值  
Fig.8 Estimated  $Y_{p/s}$  value of EKF in fermentation process

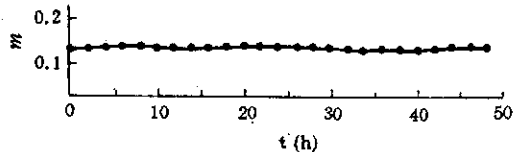


图9  $m$ 在发酵过程中EKF估计值  
Fig.9 Estimated  $m$  value of EKF in fermentation process

相应的参数 $Y_{p,i}$ , 呈上升趋势, 参数 $K_m$ ,  $Y_{x,i}$ , 和 $m$ 基本保持恒定, 表明在整个发酵过程中模型参数的稳定性好。

#### 符 号 说 明

$H$  系统观察矩阵

$I$  单位矩阵

$J$  向量 $X$ 的雅可比矩阵

$K$  系统增广矩阵

$K_m$  动力学参数(mg/ml)

$m$  菌体维持系数(mg/mg cells·h)

$p$  2-酮基-L-古龙酸浓度(mg/ml)

$P$  方差矩阵

$Q$  系统的动态噪声方差矩阵

$R$  系统的测量误差方差矩阵

$s$  L-山梨糖浓度(mg/ml)

$t$  时间(h)

$V_m$  动力学参数(产物合成最大速率)(mg/ml·h)

$x$  菌体浓度(mg/ml)

$x_i$  ( $i=1, 2, \dots, 10$ ) 增广状态变量

$x_m$  动力学参数(细胞生长最大密度)(mg/ml)

$X$  状态变量

$\hat{X}$  状态估计向量

$Y_{p,i}$  基质的产物得率(mg/mg)

$Y_{x,i}$  基质的细胞得率(mg/mg)

$\mu_m$  最大比生产速率(h)

$\xi, \eta$  随机干扰的白噪声序列

$\Phi$  状态转移矩阵

#### 参 考 文 献

- [1] Hamilton, J. C. et al., *AIChE J.*, 19:901, 1973.  
 [2] Young, P. et al., *Automatica*, 10:455, 1974.  
 [3] Singh, M. G. et al., *Systems, Decomposition, Optimisation and control*, Pergamon Press p.1, 1978.  
 [4] Sircek, R. F., *Biotech. Bioeng.*, 16:827, 1974.  
 [5] Stephanopoulos, G., *Adv. Biotech.*, 1:339, 1981.  
 [6] 艾克霍夫, P., 系统辨识——参数和状态估计, p.1, 1981.  
 [7] Stephanopoulos, G., *Biotech. Bioeng.*, 26:1176, 1984.  
 [8] 魏东芝等: 生物工程学报, 8(3):277, 1992.  
 [9] Sorenson, H.W., *Kalman Filtering Techniques Advance Control System*, Vol.3:1, 1966.

## Extended Kalman Filter (EKF) Application in Vitamin C Two-step Fermentation Process

Wei Dongzhi<sup>1</sup> Yuan Weikang<sup>1</sup> Yuan Zhongyi<sup>2</sup>

Yin Guanglin<sup>3</sup> Chen Minheng<sup>1</sup>

(East China University of Chemical Technology, Shanghai 200237)<sup>1</sup>

(Shanghai Institute of Biochemistry, Academia Sinica, Shanghai 200031)<sup>2</sup>

(Shanghai Biotechnology Research Center, Academia Sinica, Shanghai 200233)<sup>3</sup>

Based on kinetic model study of two-step vitamin C fermentation, Extended Kalman Filter (EKF) theory is conducted for studying the process which is disturbed by white noise to some extent caused by the model, the systems, and estimation by experimental errors. EKF show that calculated results from estimated process parameters agree the experiments considerably better than model prediction without using estimated parameters. Parameter analysis gives a beter understanding of the kinetics and provides a basis for state estimation and state prediction.

**Key words:** Kinetic model; Extended Kalman Filter; white noise