

# 最小成本为目标函数时 最优循环量的确定

刘昌胜\* 邬行彦 俞俊棠

(华东理工大学生化工程研究所 上海 200237)

由于超滤无相变,操作条件温和,能耗低等优点,使其在生物医药领域取得日益广泛的应用,尤其在价格昂贵的生物制品等热敏性生物活性物质的分离、浓缩和纯化中显示出极大优越性,已引起人们的广泛重视。然而,超滤优势的充分发挥受到许多因素的制约。在影响超滤的众多操作因素中,保留液循环量即膜面速度是其中最重要的因素之一,特别是当膜应用于中试或工业化生产后,最优循环量(膜面速度)的确定就显得尤为重要;循环量太大,能耗增大导致操作成本升高;循环量降低,导致膜面冲刷效果降低,容易使膜污染,增加产品损失和膜清洗次数,降低膜通量,缩短膜寿命,使膜更换成本升高。这方面研究国内外文献均未见报道<sup>[1]</sup>。本文讨论了此问题。

## 1 计算方法

### 1.1 保留液浓度随时间的变化关系

$$R = 1 - c_p/c_b \quad (1)$$

在单元时间内,根据物料衡算

$$dc_b/v = d(c_b \cdot v) = d(v \cdot c_p) \approx c_b(1-R)dv \quad (2) \quad \text{又 } dv = -J \cdot A \cdot dt$$

$$\therefore dc_b/dt = R \cdot A \cdot c_b \cdot J/v \quad (4)$$

### 1.2 膜通量预测

目前用于膜过滤的通量预测模型较多,但各有偏颇。经研究,Flemmer L. C.<sup>[2]</sup>的复合模型应用于红霉素超滤时同实验吻合得比较好,可用于较精确的通量预测<sup>[3]</sup>。式中系数由在10~20L规模取得实验数据,利用麦夸脱法(Marquardt)拟合得出<sup>[3]</sup>。膜操作时进出口两端压力降关系式:(5)中的系数亦由相同方法拟合得出。

$$\Delta P = aQ^{b_1}(1 + Cc_b + dc_b^2) \quad (5)$$

### 1.3 成本计算

$$\text{假定现有料液 } v_0, \text{ 经过 } t \text{ 时间超滤后,保留液体积为 } v, \text{ 则 } v = v_0 - A \cdot \int_0^t J \cdot dt \quad (6)$$

$$\text{膜年替换费用: } M_1 = P_m \cdot A \cdot \mu_1 = k_1 \cdot Q^{-b_1} \cdot \mu_1 \quad (7)$$

$$\text{在 } Q \text{ 循环量下消耗的功: } W = \int_0^t \Delta P \cdot dt \cdot Q \quad (8)$$

$$\text{年能耗费用: } W_1 = W \cdot 300/\eta \cdot P_w \cdot \mu = 300 \cdot \mu \cdot \int_0^t \Delta P \cdot dt \cdot Q \cdot p_w/\eta \quad (9)$$

$$\text{膜替换费用 } \propto A \propto \frac{1}{\int_0^t J \cdot dt} \propto Q^{-b_1} \quad (10)$$

$$\text{功耗 } \propto \int_0^t \Delta P \cdot dt \cdot Q \cdot Q^{1+b_2} \quad (11)$$

又总工作负荷同膜总面积线性相关,膜总面积越大,所需要的泵和总功率消耗也越大。

$$\therefore \text{总功消耗 } \propto Q^{1+b_2} \cdot Q^{-b_1} \propto Q^{1-b_1+b_2} \quad (12)$$

\* 现工作单位:华东理工大学生物工程系 258#信箱。

本文于1995年10月30日收到。

在其它条件不变时：

$$M_1 = k_1 \cdot Q^{-b_1} \quad (13) \quad W_1 = k_2 \cdot Q^{-b_1+b_2} \quad (14)$$

确定一个  $Q_0$ , 把在  $Q_0$  条件下求得的式(7)、(9) 的值代入到式(13)、(14) 中, 求出  $k_1, k_2$ , 然后采用模式搜索法<sup>[4]</sup> 优化出最优  $Q$  值。  $\min(M_1 + W_1) = \min(k_1 \cdot Q^{-b_1} + k_2 \cdot Q^{1-b_1+b_2})$  (15)

## 2 结果与讨论

### 2.1 外压式中空纤维膜最优循环量的确定

利用  $2\text{m}^2$  外压式中空纤维膜在  $10 \sim 20\text{L}$  规模中取得数据拟合出<sup>[5]</sup>:  $a = 2.740 \times 10^{-3}, b_1 = 0.555, b_2 = 1.697, c = 1.875, d = -2.647$ 。在  $v_0 = 110\text{m}^3, R = 1.0, t = 10.0\text{h}, Q = 260.2\text{L/h}, A = 857.2\text{m}^2$ <sup>[5]</sup>,  $P_w = 0.3 \text{ 元 /kwh}, \eta = 10\%$  时(9)式结果:  $W_1 = 11589$ (元)

外压式膜价格  $P_m = 200 \text{ 元 /m}^2$ , 膜长期使用寿命  $\mu_1 = 1.5$  年, 膜年替代费用:  $M_1 = 200 \times 857.2 \times 2/3 = 1114293$ (元)。计算得:  $k_1 = 2.503 \times 10^6, k_2 = 7.78 \times 10^{-2}, Q = 369.0\text{L/h}$ 。结果见图 1。

由于外压式膜组件很难知道膜断面面积, 因而难以确定膜面速度, 故以循环量来代替。

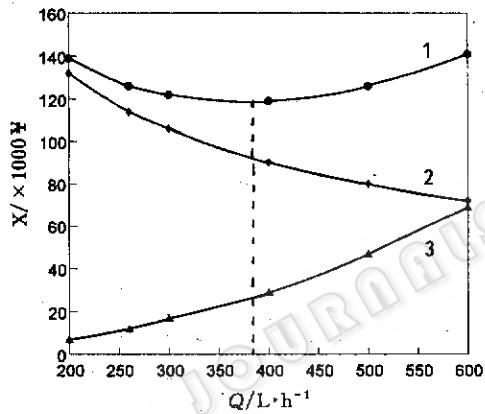


图 1 循环量对外压式中空纤维膜年费用的影响  
1—年总费用, 2—年膜替换费用, 3—年能耗费用  
循环量:  $Q$ , 年费用:  $X$

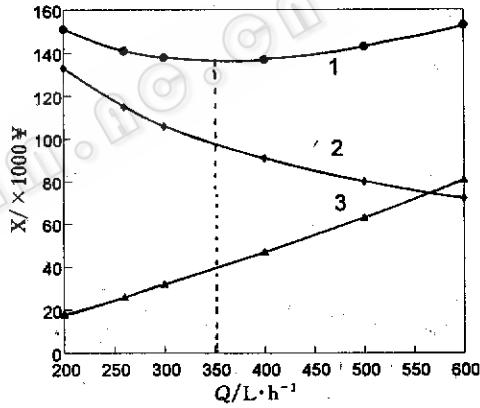


图 2 循环量对内压式中空纤维膜年费用的影响  
1—年总费用, 2—年膜替换费用, 3—年能耗费用  
循环量:  $Q$ , 年费用:  $X$

### 2.2 内压式中空纤维膜最优循环量确定

利用  $0.5\text{m}^2$  内压式中空纤维膜组件进行实验, 所得数据拟合出<sup>[5]</sup>:

$$a = 0.2406, b_1 = 0.5523, b_2 = 0.9162, c = -0.9265, d = 0.6834$$

在  $v_0 = 110\text{m}^3, A = 649.8\text{m}^2$ <sup>[5]</sup>,  $R = 1.0, Q = 350\text{L/h}, t = 10.0\text{h}, W_1 = 43650$ (元)

膜长期使用时寿命  $\mu_1 = 1.5$  年,  $P_m = 300 \text{ 元 /m}^2$ , 计算得:  $k_1 = 2.477 \times 10^6, k_2 = 13.18, Q = 352.7\text{L/h}$ , 计算结果见图 2。内压式膜断面面积为  $S = 2.73\text{cm}^2$ , ∴ 膜面速度  $v = Q/S = 0.53 (\text{m/s})$ 。

**2.2.1** 对于内压式中空纤维膜, 优化出的膜面速度即可用于中试及工业生产规模; 对于外压式中空纤维膜, 计算出循环量后仍然难以确定膜面速度。因此在放大时有两种思路: 一是按单位膜面积的循环量相同进行放大; 另一是用一只中试或工业生产上即将使用的膜组件进行实验, 取得数据, 然后进行优化计算, 确定最优循环量。

**2.2.2** 在工业生产中, 由于组件的串、并联、提高设备内流动速度会使系统内的流动压力降增加。为了解决此问题, 可在每个并联膜组件内预备循环泵。

2.2.3 本优化计算方法具有较广的适应性,对于任何一种对象的超滤过程,只要根据要求取得数据,拟合出相应参数,即可优化出最优循环量,其中有些参数可根据市场实际情况加以修正和选择。

### 3 结 论

以一般超滤过程为对象,推导出了以最小成本为目标函数的保留液循环量优化的计算方法,并以红霉素发酵滤液为处理对象,利用外压式中空纤维膜和内压式中空纤维膜对其超滤,在10~20L规模取得数据,后计算出最优循环量。对于外压式中空纤维膜, $Q=369\text{L/h}$ ;内压式中空纤维膜, $Q=352\text{L/h}$ (膜面速度为 $0.35\text{m/s}$ )。本文论述的方法具有普遍意义,对其他体系的超滤过程放大具有指导、借鉴作用。

#### 符 号 说 明

$A$ —膜面积/ $\text{m}^2$	$c_0$ —料液平均浓度/ $\text{g}\cdot\text{L}^{-1}$
$c_s$ —凝胶层浓度/ $\text{g}\cdot\text{L}^{-1}$	$c_p$ —透过液浓度/ $\text{g}\cdot\text{L}^{-1}$
$J$ —透过液通量/ $\text{L}(\text{h}\cdot\text{m}^2)^{-1}$	$Q$ —循环液流速/ $\text{g}\cdot\text{h}^{-1}$
$M, M_1$ —膜替换费用/ $\text{元}\cdot\text{m}^2$	$P_m$ —单位膜面积价格/ $\text{元}(\text{m}^2)^{-1}$
$P_w$ —电费价格/ $\text{元}\cdot(\text{kwh})^{-1}$	$\Delta P$ —进出口压力降 $(P_m - P_{out})/\text{MPa}$
$v_0, v$ —初始体积和经过一段时间超滤后体积/ $\text{L}$	$v_p$ —透过液体积/ $\text{L}$
$R$ —截留率	$v$ —膜面流速/ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
$W, W_1$ —能耗费用/ $\text{元}$	$\mu$ —单位换算系数
$\mu_1$ —膜使用寿命/ $\text{年}$	$a, b_1, b_2, C, d, k_1, k_2$ —系数

#### 参 考 文 献

- [1] Rautenbach R, Albrecht R. In: valerize, C ed, Membrane Process, New York: Wiuey, 1989, p. 131.
- [2] Flemmer R L C, Buckley A, Groves G R. The Arrangement of Spiral-Wound Ultrafiltration Modules, Desalination, 1987, 61: 159.
- [3] 刘昌胜, 邬行彦. 超滤过程的 Flemmer 复合模型, 华东理工大学学报, 1995, 21 (3): 321.
- [4] 刘德贵, 费景高, 于泳江等编: FORTARAN 算法汇编, 北京: 国防工业出版社, 1980; p. 84.
- [5] 刘昌胜. 膜过滤法提取红霉素的工艺与工程问题研究, [硕士学位论文], 上海: 华东理工大学, 1992.

## Determination of Optimum Recirculation Rate with Minimum Cost as a Objective Function

Liu Changsheng Wu Xinyan Yu Juntang

(Research Institute of Biochemical Engineering,  
East China University of Science and Technology, Shanghai 200237)

**Abstract** The equations of calculation the recirculation rate with minimum cost as a objective function in ultrafiltration process have been deduced. Erythromycin broth has been taken as a model solution which has been ultrafiltrated with outer-pressurized or inner-pressurized equipment in 10 to 20L scale. The parameters of membrane characteristic have been calculated with the experimental data. With these parameters the optimum recirculation rate can be determined. The results are 369L/h for outer-pressurized hollow-fiber equipment ( $2\text{m}^2$ ) and 353 L/h ( $0.353\text{m/s}$ ) for the inner-pressurized hollow-fiber equipment ( $0.5\text{m}^2$ ). The methods are of universal significance and can be used for reference to membrane process.

**Key words** Membrane, minimum cost, ultrafiltration, optimum recirculation rate